

التوزيع الطبيعي

- هو متغير عشوائي متصل مداه $[-\infty, \infty]$.

- دالة كثافة الاحتمال له تعتمد على قيمتي الوسط الحسابي μ ، و الانحراف المعياري σ .

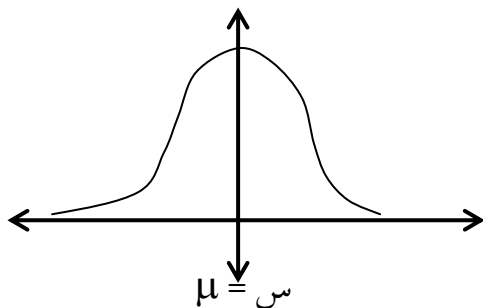
- منحنى هذا التوزيع يأخذ شكل الجرس و يسمى منحنى " جاوس "

خواصه :

- المنحنى يقع بأكمله فوق محور السينات

- المستقيم $\mu =$ محور تماثل

- يقترب طرفاه من محور السينات دون أن يقطعه



أولاً : التوزيع الطبيعي المعياري ص :

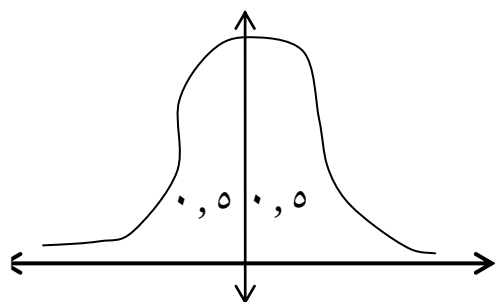
هو توزيع طبيعي وسطه الحسابي $\mu =$ صفر و إنحرافه المعياري $\sigma =$ واحد

خواصه :

(١) المساحة تحت المنحنى و فوق محور السينات تساوى الواحد الصحيح .

(٢) محور الصادات يقسم المساحة إلى نصفين متساويين فى المساحة

$$L(0 \leq V) = L(V \geq 0) = 0,5$$



(٣) $L(0 \leq V \leq Y) =$ المساحة تحت المنحنى المعياري و يكشف عنها

فى جدول المساحات تحت المنحنى الطبيعي المعياري

مثال : باستخدام جدول المساحات تحت المنحنى الطبيعي الطبيعي المعياري . أوجد :

$$(٢) L(0 \leq V \leq 0,67)$$

$$(١) L(0 \leq V \leq 0,3)$$

$$(٣) L(0 \leq V \leq 2,25)$$

الحل :

ى	٠,٠٠	٠,٠١	٠,٠٢	٠,٠٤	٠,٠٦	٠,٠٧	
٠,٠							
٠,٢							
٠,٣	٠,١١٧٩						
٠,٤							
٠,٥							
٠,٦						٠,٢٤٨٦	
٠							
٠							

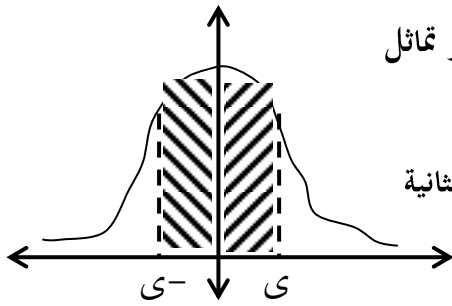
ملاحظة :

١) $L(-Y \geq V \geq 0) = L(0 \geq V \geq Y)$ لأن محور الصادات محور تماثل

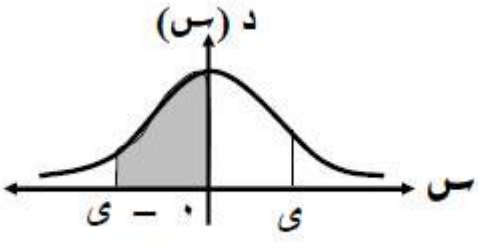
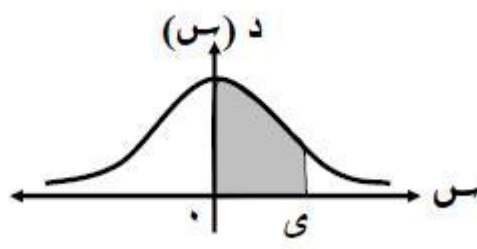
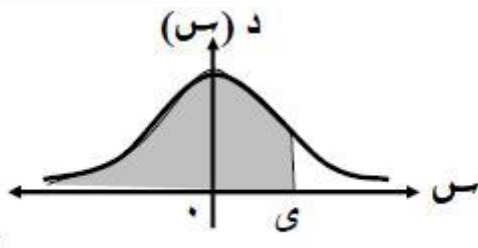
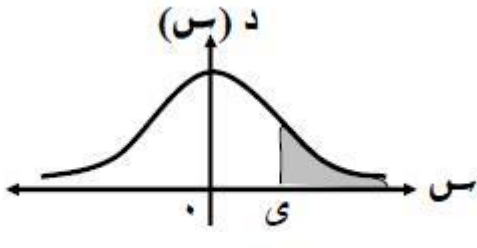
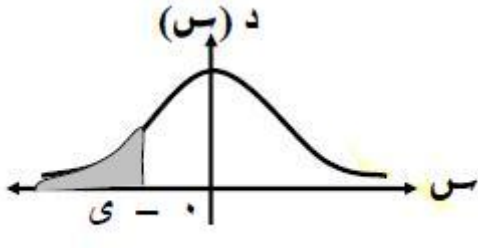
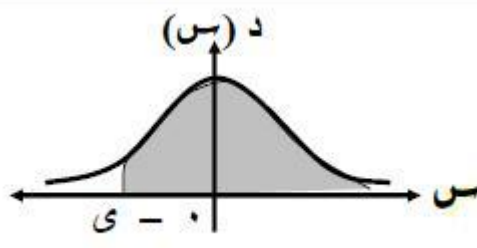
$$L(-0,3 \geq V \geq 0) = L(0 \geq V \geq 0,3) = 0,1179$$

٢) هناك فرق بين $(0,1)$ ، $(1,0)$ حيث الأولى تعنى واحد من عشرة أما الثانية

تعنى الواحد الصحيح . كذلك $(0,2)$ ، $(2,0)$



قواعد استخدام جدول المساحات تحت المنحنى الطبقي المعياري

$L(-Y \geq V \geq 0)$	$L(0 \geq V \geq Y)$
	
$L(0 \leq V \leq Y) = L(0 \geq V \geq -Y) + 0,5$ مثال $L(0 \leq V \leq 0,3) = L(0 \geq V \geq -0,3) + 0,5 = 0,1179 + 0,5 = 0,6179$	$L(V \leq 0) = L(0 \geq V \geq 0) - 0,5$ مثال $L(V \leq 0,3) = L(0 \geq V \geq 0,3) - 0,5 = 0,1179 - 0,5 = -0,3821$
	
$L(V \geq -Y) = L(0 \geq V \geq -Y) - 0,5$ مثال $L(V \geq -0,67) = L(0 \geq V \geq -0,67) - 0,5 = 0,2486 - 0,5 = -0,2514$	$L(V \leq -Y) = L(0 \geq V \geq Y) + 0,5$ مثال $L(V \leq -0,67) = L(0 \geq V \geq 0,67) + 0,5 = 0,2486 + 0,5 = 0,7486$
	

$$L(-j \geq v \geq e - j) = L(e \geq v \geq j)$$

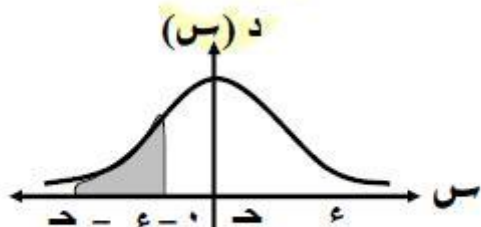
$$L(0 \geq v \geq j) - L(0 \geq v \geq e)$$

مثال

$$L(-2,25 \geq v \geq 0,3) = L(0,3 - \geq v \geq 2,25)$$

$$L(0,3 \geq v \geq 0) - L(2,25 \geq v \geq 0)$$

$$0,3699 = 0,1179 - 0,4878$$



$$L(j \geq v \geq e) = L(e \geq v \geq j)$$

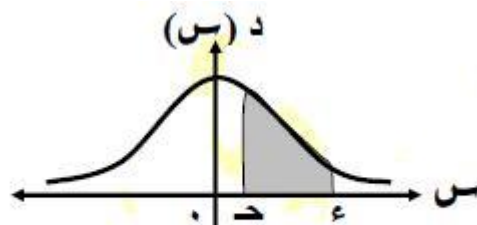
$$L(0 \geq v \geq j) - L(0 \geq v \geq e)$$

مثال

$$L(2,25 \geq v \geq 0,3) = L(0,3 \geq v \geq 2,25)$$

$$L(0,3 \geq v \geq 0) - L(2,25 \geq v \geq 0)$$

$$0,3699 = 0,1179 - 0,4878$$



$$L(-j \geq v \geq j) = L(e \geq v \geq j)$$

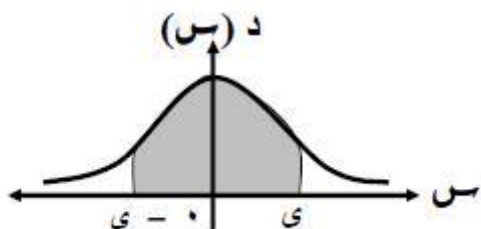
$$L(0 \geq v \geq j)$$

مثال

$$L(0,3 \geq v \geq 0,3) = L(0,3 - \geq v \geq 0,3)$$

$$L(0,3 \geq v \geq 0)$$

$$0,2358 = 0,1179 \times 2$$



$$L(-j \geq v \geq e) = L(e \geq v \geq j)$$

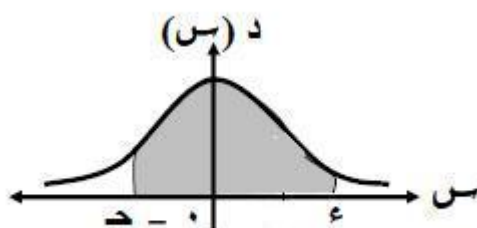
$$L(0 \geq v \geq j) + L(0 \geq v \geq e)$$

مثال

$$L(-2,25 \geq v \geq 0,3) = L(0,3 - \geq v \geq 2,25)$$

$$L(0,3 \geq v \geq 0) + L(2,25 \geq v \geq 0)$$

$$0,6057 = 0,1179 + 0,4878$$



مثال : أوجد قيمة ك التي تجعل :

$$(2) L(v \leq k) = 0,8577$$

$$(4) L(v \geq k) = 0,6879$$

$$(1) L(v \leq k) = 0,4013$$

$$(3) L(v \geq k) = 0,0793$$

الحل :

$$(1) L(0 \geq v \geq k) = 0,4013 - 0,5 = -0,0987$$

$$\therefore v \leq k, \quad 0,5 > 0,4013 \quad \therefore \text{ك موجبة} = 0,25$$

=====

$$(2) L(0 \geq v \geq k) = 0,8577 - 0,5 = 0,3577$$

$$\therefore v \leq k, \quad 0,5 < 0,8577 \quad \therefore \text{ك سالبة} = -1,07$$

$$(3) \text{ ل } (0 \leq \text{ص} \leq \text{ك}) = 0,5 - 0,0793 = 0,4207$$

$$\therefore \text{ص} \geq \text{ك} , 0,5 > 0,0793 \therefore \text{ك سالبة} = -1,41$$

=====

$$(4) \text{ ل } (0 \leq \text{ص} \leq \text{ك}) = 0,6879 - 0,5 = 0,1879$$

$$\therefore \text{ص} \geq \text{ك} , 0,5 < 0,6879 \therefore \text{ك موجبة} = 0,49$$

=====

مثال : أوجد قيمة ك التي تجعل :

$$(1) \text{ ل } (0,86 \leq \text{ص} \leq \text{ك}) = 0,1171$$

$$(2) \text{ ل } (1,13 - \text{ص} \leq \text{ك}) = 0,6097$$

$$(3) \text{ ل } (1,72 - \text{ص} \leq \text{ك}) = 0,0337$$

$$(4) \text{ ل } (1,8 \leq \text{ص} \leq \text{ك}) = 0,9214$$

$$(5) \text{ ل } (\text{ك} \leq \text{ص} \leq -1,4) = 0,0726$$

$$(6) \text{ ل } (\text{ك} \leq \text{ص} \leq 1) = 0,5704$$

الحل :

$$(1) \therefore \text{ل } (0 \leq \text{ص} \leq 0,86) = 0,3051 < 0,1171$$

$$\therefore \text{ل } (0 \leq \text{ص} \leq \text{ك}) = 0,1171 - 0,3051 = 0,1880$$

بالكشف بالجدول ك = 0,49 حيث ك موجب لأنه < 0,86

=====

$$(2) \therefore \text{ك} < 1,13 \text{ فإنها تحتل أن كون سالبة و أن تكون موجب}$$

$$\therefore 0,6097 < \text{ل } (0 \leq \text{ص} \leq 1,13) = 0,3708$$

فإن ك موجب

$$\therefore \text{ل } (0 \leq \text{ص} \leq \text{ك}) = 0,6097 - 0,3708 = 0,2389$$

بالكشف في الجدول ك = 0,64

=====

$$(3) \therefore \text{ك} < 1,72 \text{ فإنها تحتل أن تكون سالبة و أن تكون موجب}$$

$$\therefore 0,0337 < \text{ل } (0 \leq \text{ص} \leq 1,72) = 0,4573$$

فإن ك سالبة

$$\therefore \text{ل } (0 \leq \text{ص} \leq \text{ك}) = 0,4573 - 0,0337 = 0,4236$$

بالكشف في الجدول ك = -1,43

=====

$$(4) \therefore \text{ك} > 1,8 \text{ فإنها تحتل أن تكون سالبة و أن تكون موجب}$$

$$\therefore 0,9214 < \text{ل } (0 \leq \text{ص} \leq 1,8) = 0,4641$$

فإن ك سالبة

$$\therefore \text{ل } (0 \leq \text{ص} \leq \text{ك}) = 0,4641 - 0,9214 = 0,4573$$

بالكشف في الجدول ك = -1,72

=====

$$(5) \therefore \text{ك} > -1,4 \text{ فإنها سالبة}$$

$$\therefore \text{ل } (0 \leq \text{ص} \leq \text{ك}) = 0,0726 + 0,4192 = 0,4918$$

بالكشف في الجدول ك = -2,4

=====

$$(6) \text{ ل } (0 \leq \text{ص} \leq \text{ك}) = 0,5704 \div 2 = 0,2852$$

بالكشف في الجدول ك = 0,79

جدول المساحات تحت المبنى الطبيعي المعياري وفوق محور السيئات

٠,٠٩	٠,٠٨	٠,٠٧	٠,٠٦	٠,٠٥	٠,٠٤	٠,٠٣	٠,٠٢	٠,٠١	٠,٠٠	٠
٠,٣٥٩	٠,٣١٩	٠,٢٧٩	٠,٢٢٩	٠,١٩٩	٠,١٦٠	٠,١٢٠	٠,٠٨٠	٠,٠٤٠	٠,٠٠٠	٠
٠,٠٧٥٣	٠,٠٧١٤	٠,٠٦٧٥	٠,٠٦٣٦	٠,٠٥٩٦	٠,٠٥٥٧	٠,٠٥١٧	٠,٠٤٧٠	٠,٠٤٣٨	٠,٠٣٩٨	٠,١
٠,١١٤١	٠,١١٠٣	٠,١٠٦٤	٠,١٠٢٦	٠,٠٩٨٧	٠,٠٩٤٨	٠,٠٩١٠	٠,٠٨٧١	٠,٠٨٣٢	٠,٠٧٩٣	٠,٢
٠,١٥١٧	٠,١٤٨٠	٠,١٤٤٣	٠,١٤٠٦	٠,١٣٦٨	٠,١٣٣١	٠,١٢٩٣	٠,١٢٥٥	٠,١٢١٧	٠,١١٧٩	٠,٣
٠,١٨٧٩	٠,١٨٤٤	٠,١٨٠٨	٠,١٧٧٢	٠,١٧٣٦	٠,١٧٠٠	٠,١٦٦٤	٠,١٦٢٨	٠,١٥٩١	٠,١٥٥٤	٠,٤
٠٢٢٢٤	٠,٢١٩٠	٠,٢١٥٧	٠,٢١٢٣	٠,٢٠٨٨	٠,٢٠٥٤	٠,٢٠٠٩	٠,١٩٨٥	٠,١٩٥٠	٠,١٩١٥	٠,٥
٠,٢٥٤٩	٠,٢٥١٧	٠,٢٤٨٦	٠,٢٤٥٤	٠,٢٤٢٢	٠,٢٣٨٩	٠,٢٣٥٧	٠,٢٣٢٤	٠,٢٢٩١	٠,٢٢٥٩	٠,٦
٠,٢٨٥٢	٠,٢٨٢٣	٠,٢٧٩٤	٠,٢٧٦٤	٠,٢٧٣٤	٠,٢٧٠٤	٠,٢٦٨٣	٠,٢٦٤٠	٠,٢٦١١	٠,٢٥٨٠	٠,٧
٠,٣١٣٣	٠,٣١٠٦	٠,٣٠٧٨	٠,٣٠٥١	٠,٣٠٢٣	٠,٢٩٩٥	٠,٢٩٦٧	٠,٢٩٣٩	٠,٢٩١٠	٠,٢٨٨١	٠,٨
٠,٣٣٨٩	٠,٣٣٦٥	٠,٣٣٤٠	٠,٣٣١٥	٠,٣٢٨٩	٠,٣٢٥٤	٠,٣٢٣٨	٠,٣٢١٢	٠,٣١٨٦	٠,٣١٥٩	٠,٩
٠,٣٦٢١	٠,٣٥٩٩	٠,٣٥٧٧	٠,٣٥٥٤	٠,٣٥٣١	٠,٣٥٠٨	٠,٣٤٨٥	٠,٣٤٦١	٠,٣٤٣٨	٠,٣٤١٣	١,٠
٠,٣٨٣٠	٠,٣٨١٠	٠,٣٧٩٠	٠,٣٧٧٠	٠,٣٧٤٩	٠,٣٧٢٩	٠,٣٧٠٨	٠,٣٦٨٦	٠,٣٦٦٥	٠,٣٦٤٣	١,١
٠,٤٠١٥	٠,٣٩٩٧	٠,٣٩٨٠	٣٩٦٢.	٠,٣٩٤٤	٠,٣٩٢٥	٠,٣٩٠٧	٠,٣٨٨٨	٠,٣٨٦٩	٠,٣٨٤٩	١,٢
٠,٤١٧٧	٠,٤١٦٢	٠,٤٤٤٧	٠,٤٤٣١	٠,٤١١٥	٠,٤٠٩٧	٠,٤٠٨٢	٠,٤٠٦٦	٠,٤٠٤٩	٠,٤٠٣٢	١,٣
٠,٤٣١٩	٠,٤٣٠٦	٠,٤٢٩٢	٠,٤٢٧٩	٠,٤٢٦٥	٠,٤٢٥١	٠,٤٢٣٦	٠,٤٢٢٢	٠,٤٢٠٧	٠,٤١٩٢	١,٤
٠,٤٤٤١	٠,٤٤٢٩	٠,٤٤١٨	٠,٤٤٠٦	٠,٤٣٩٤	٠,٤٣٨٢	٠,٤٣٧٠	٠,٤٣٥٧	٠,٤٣٤٥	٠,٤٣٣٢	١,٥
٠,٤٥٤٥	٠,٤٥٣٥	٠,٤٥٢٥	٠,٤٥١٥	٠,٤٥٠٥	٠,٤٤٩٥	٠,٤٤٨٤	٠,٤٤٧٤	٠,٤٤٦٣	٠,٤٤٥٢	١,٦
٠,٤٦٣٣	٠,٤٦٢٥	٠,٤٦١٦	٠,٤٦٠٨	٠,٤٥٩٩	٠,٤٥٩١	٠,٤٥٨٢	٠,٤٥٧٣	٠,٤٥٦٤	٠,٤٥٥٤	١,٧
٠,٤٧٠٦	٠,٤٦٩٩	٠,٤٦٩٢	٠,٤٦٨٦	٠,٤٦٧٨	٠,٤٦٧١	٠,٤٦٦٤	٠,٤٦٥٦	٠,٤٦٤٩	٠,٤٦٤١	١,٨
٠,٤٧٦٧	٠,٤٧٦١	٠,٤٧٥٦	٠,٤٧٥٠	٠,٤٧٤٤	٠,٤٧٣٨	٠,٤٧٣٢	٠,٤٧٢٦	٠,٤٧١٩	٠,٤٧١٣	١,٩
٠,٤٨١٧	٠,٤٨١٢	٠,٤٨٠٨	٠,٤٨٠٣	٠,٤٧٩٨	٠,٤٧٩٣	٠,٤٧٨٨	٠,٤٧٨٣	٠,٤٧٧٨	٠,٤٧٧٢	٢,٠
٠,٤٨٥٧	٠,٤٨٥٤	٠,٤٨٥٠	٠,٤٨٤٦	٠,٤٨٤٢	٠,٤٨٣٨	٠,٤٨٣٤	٠,٤٨٣٠	٠,٤٨٢٦	٠,٤٨٢١	٢,١
٠,٤٨٩٠	٠,٤٨٨٧	٠,٤٨٨٤	٠,٤٨٨١	٠,٤٨٧٨	٠,٤٨٧٥	٠,٤٨٧١	٠,٤٨٦٨	٠,٤٨٦٤	٠,٤٨٦١	٢,٢
٠,٤٩١٦	٠,٤٩١٢	٠,٤٩١٠	٠,٤٩٠٩	٠,٤٩٠٦	٠,٤٩٠٤	٠,٤٩٠١	٠,٤٨٩٨	٠,٤٨٩٦	٠,٤٨٩٣	٢,٣
٠,٤٩٣٦	٠,٤٩٣٤	٠,٤٩٣٢	٠,٤٩٣١	٠,٤٩٢٩	٠,٤٩٢٧	٠,٤٩٢٥	٠,٤٩٢٢	٠,٤٩٢٠	٠,٤٩١٨	٢,٤
٠,٤٩٥٢	٠,٤٩٥١	٠,٤٩٤٩	٠,٤٩٤٨	٠,٤٩٤٦	٠,٤٩٤٥	٠,٤٩٤٣	٠,٤٩٤١	٠,٤٩٤٠	٠,٤٩٣٨	٢,٥
٠,٤٩٦٤	٠,٤٩٦٣	٠,٤٩٦٢	٠,٤٩٦١	٠,٤٩٦٠	٠,٤٩٥٩	٠,٤٩٥٧	٠,٤٩٥٦	٠,٤٩٥٥	٠,٤٩٥٣	٢,٦
٠,٤٩٧٤	٠,٤٩٧٣	٠,٤٩٧٢	٠,٤٩٧١	٠,٤٩٧٠	٠,٤٩٦٩	٠,٤٩٦٨	٠,٤٩٦٧	٠,٤٩٦٦	٠,٤٩٦٥	٢,٧
٠,٤٩٨١	٠,٤٩٨٠	٠,٤٩٧٩	٠,٤٩٧٩	٠,٤٩٧٨	٠,٤٩٧٧	٠,٤٩٧٧	٠,٤٩٧٦	٠,٤٩٧٥	٠,٤٩٧٤	٢,٨
٠,٤٩٨٦	٠,٤٩٨٦	٠,٤٩٨٥	٠,٤٩٨٥	٠,٤٩٨٤	٠,٤٩٨٤	٠,٤٩٨٣	٠,٤٩٨٢	٠,٤٩٨٢	٠,٤٩٨١	٢,٩
٠,٤٩٩٠	٠,٤٩٩٠	٠,٤٩٨٩	٠,٤٩٨٩	٠,٤٩٨٩	٠,٤٩٨٨	٠,٤٩٨٨	٠,٤٩٨٧	٠,٤٩٨٧	٠,٤٩٨٧	٣,٠
٠,٤٩٩٣	٠,٤٩٩٣	٠,٤٩٩٢	٠,٤٩٩٢	٠,٤٩٩٢	٠,٤٩٩٢	٠,٤٩٩١	٠,٤٩٩١	٠,٤٩٩١	٠,٤٩٩٠	٣,١
٠,٤٩٩٥	٠,٤٩٩٥	٠,٤٩٩٥	٠,٤٩٩٤	٠,٤٩٩٤	٠,٤٩٩٤	٠,٤٩٩٤	٠,٤٩٩٤	٠,٤٩٩٣	٠,٤٩٩٣	٣,٢
٠,٤٩٩٧	٠,٤٩٩٦	٠,٤٩٩٦	٠,٤٩٩٦	٠,٤٩٩٦	٠,٤٩٩٦	٠,٤٩٩٦	٠,٤٩٩٥	٠,٤٩٩٥	٠,٤٩٩٥	٣,٣
٠,٤٩٩٨	٠,٤٩٩٧	٠,٤٩٩٧	٠,٤٩٩٧	٠,٤٩٩٧	٠,٤٩٩٧	٠,٤٩٩٧	٠,٤٩٩٧	٠,٤٩٩٧	٠,٤٩٩٧	٣,٤
٠,٤٩٩٨	٠,٤٩٩٨	٠,٤٩٩٨	٠,٤٩٩٨	٠,٤٩٩٨	٠,٤٩٩٨	٠,٤٩٩٨	٠,٤٩٩٨	٠,٤٩٩٨	٠,٤٩٩٨	٣,٥

نمارين علي المتغير العشوائي الطبيعي المعياري

إذا كان v منفيرا طبيعيا معياريا فأوجد قيم الاحتمالات الآتية :

ل ($0 \leq v \leq 0,56$)	١١	ل ($0,3 \leq v \leq 1,2$)
ل ($0 \leq v \leq 0,48$)	١٢	ل ($1,28 \leq v \leq 1$)
ل ($v \leq 2$)	١٣	ل ($1,2 - \leq v \leq 0,8$)
ل ($v \geq 1,5$)	١٤	ل ($2,12 - \leq v \leq 2,12$)
ل ($v \leq 0,78$)	١٥	ل ($v \geq 2,4$)
ل ($0 \leq v \leq 2,38$)	١٦	ل ($v \leq 0,56$)
ل ($0 \leq v \leq 1,42$)	١٧	ل ($v \geq 1,03$)
ل ($v \geq 0,6$)	١٨	ل ($1,36 \leq v \leq 2,75$)
ل ($3,12 - \leq v \leq 0,54$)	١٩	ل ($ v \geq 1,5$)
ل ($0,63 - \leq v \leq 0,63$)	٢٠	ل ($ v \leq 2,5$)

إذا كان v منفيرا طبيعيا معياريا فأوجد قيمة k التي نجعل :

ل ($0 \leq v \leq k$) = $0,1950$	١١	ل ($k \leq v \leq 0,95$) = $0,1700$
ل ($v \leq k$) = $0,0781$	١٢	ل ($k \leq v \leq 0,8700$)
ل ($0 \leq v \leq k$) = $0,4370$	١٣	ل ($v \geq k$) = $0,3557$
ل ($v \leq k$) = $0,9750$	١٤	ل ($ v \geq k$) = $0,9750$
ل ($v \geq k$) = $0,9920$	١٥	ل ($1,16 - \leq v \leq k$) = $0,1580$
ل ($0,53 \leq v \leq k$) = $0,0171$	١٦	ل ($v \geq k$) = $0,5948$
ل ($v \geq k$) = $0,3170$	١٧	ل ($v \leq k$) = $0,1685$
ل ($k \leq v \leq 1,46$) = $0,2400$	١٨	ل ($v \leq k$) = $0,877$
ل ($0,77 - \leq v \leq k$) = $0,4200$	١٩	ل ($ v \leq k$) = $0,5734$
ل ($k \leq v \leq 0,63$) = $0,6680$	٢٠	ل ($k \leq v \leq 1,5$) = $0,927$

أولا : التوزيع الطبيعي الغير معيارى س :

هو توزيع طبيعى وسطه الحسابى μ و انحرافه المعيارى σ
لا نستطيع حسابه إلا بعد أن نحوله إلى توزيع طبيعى معيارى ص و ذلك باستخدام العلاقة :

$$\boxed{\boxed{\text{ص} : \frac{\mu \cdot \text{س}}{\sigma}}}$$

$$\text{و يكون ل (} \mu \geq \text{س} \geq \mu \text{) ل (} \frac{\mu \cdot \text{ب}}{\sigma} \geq \frac{\mu \cdot \text{س}}{\sigma} \geq \frac{\mu \cdot \text{پ}}{\sigma} \text{)}$$

=====

مثال : إذا كانت أطوال مجموعة مكونة من ١٠٠٠ شخص تتبع توزيعا طبيعيا بمتوسط ١٧٢ سم و انحراف معيارى قدره ٥ سم . أوجد :

أولا : احتمال أن يكون طول الشخص أقل من ١٦٨ سم .

ثانيا : عدد الأشخاص الذين يقع طولهم مابين ١٧٠ سم و ١٧٥ سم .

ثالثا : النسبة المئوية للأشخاص الذين يزيد طولهم عن ١٨٥ سم

الحل :

$$\text{أولا : ل (} \mu \geq \text{س} \geq \mu \text{) ل (} \frac{172 \cdot 168}{5} \geq \text{ص} \text{) ل (} \text{ص} \geq -0.8 \text{) ل (} 0.5 - 0.2881 = 0.2119 =$$

ثانيا : عدد الأشخاص = الاحتمال \times العدد الكلى

$$\text{ل (} 170 \leq \text{ص} \leq 175 \text{) ل (} \frac{172 \cdot 170}{5} \leq \text{ص} \leq \frac{172 \cdot 175}{5} \text{) ل (} 0.1554 \leq \text{ص} \leq 0.2259 \text{) ل (} 0.2259 - 0.1554 = 0.0705 =$$

$$\text{ل (} -0.4 \leq \text{ص} \leq -0.6 \text{) ل (} 0.1554 \leq \text{ص} \leq 0.2259 \text{) ل (} 0.2259 - 0.1554 = 0.0705 =$$

$$\text{عدد الأشخاص} = 1000 \times 0.3813 = 381 \text{ شخص}$$

ثالثا : النسبة المئوية = الاحتمال \times ١٠٠ %

$$\text{ل (} \mu \leq \text{س} \leq \mu \text{) ل (} \frac{172 \cdot 185}{5} \leq \text{ص} \text{) ل (} \text{ص} \leq 2.6 \text{) ل (} 0.5 - 0.4953 = 0.0047 =$$

$$0.0047 =$$

$$\text{النسبة المئوية} = 0.0047 \times 100 \% = 0.47 \%$$

=====

مثال : إذا كان س متغير طبيعى وسطه الحسابى μ و انحرافه المعيارى σ أوجد قيمة :

$$\text{(1) ل (} \sigma + \mu \geq \text{س} \text{) ل (} \mu \geq \sigma + \text{س} \text{) ل (} 3 \text{) ل (} \sigma + \mu \leq \text{س} \text{)}$$

$$\text{(2) ل (} \sigma \leq \text{س} \leq \mu \text{) ل (} \sigma \geq \mu - \text{س} \text{) ل (} 5 \text{) ل (} \sigma \geq | \mu - \text{س} | \text{)}$$

$$\text{(3) ل (} \sigma - \mu \geq \text{س} \geq \sigma + \mu \text{) ل (} \sigma - \mu \geq \text{س} \geq \sigma + \mu \text{) ل (} 7 \text{) ل (} \sigma - \mu \geq \text{س} \geq \sigma + \mu \text{)}$$

$$\text{(4) ل (} \sigma - \mu \geq \text{س} \geq \sigma + \mu \text{) ل (} \sigma - \mu \geq \text{س} \geq \sigma + \mu \text{) ل (} 8 \text{) ل (} \sigma - \mu \geq \text{س} \geq \sigma + \mu \text{)}$$

الحل:

- (١) ل (ص ≥ 1) أكمل
- (٢) ل (ص $\geq 1 -$) أكمل
- (٣) ل (ص $\leq 0,5$) أكمل
- (٤) ل (ص $\leq -0,67$) أكمل
- (٥) ل ($\sigma - \mu \geq \text{ص} \geq \mu - \sigma$) ل ($\sigma + \mu \geq \text{ص} \geq 1 -$) أكمل
- (٦) ل ($1,5 - \geq \text{ص} \geq -0,5$) أكمل
- (٧) ل ($0,25 \geq \text{ص} \geq 1,25$) أكمل
- (٨) ل ($0,9 - \geq \text{ص} \geq 1,9$) أكمل

=====

مثال: إذا كان س متغير طبيعي وسطه الحسابي μ و انحرافه المعياري $\sigma = 10$ أوجد قيمة μ التي تحقق :

$$\text{ل (س } \geq 65 \text{)} = 0,1587$$

الحل: ل ($0 \leq \text{ص} \leq \frac{\mu - 65}{10}$) $0,3413 = 0,1587 - 0,5$

$$\therefore \text{س} \geq 0,1587 > 0,5 \quad \therefore 1 - \frac{\mu - 65}{10} = 0,1587 \Rightarrow \mu - 65 = 10 -$$

$$\mu = 10 + 65 \Rightarrow \mu = 75$$

=====

مثال: إذا كان س متغير طبيعي وسطه الحسابي $\mu = 30$ و انحرافه المعياري σ أوجد التباين لهذا المتغير حيث :

$$\text{ل (س } \geq 40 \text{)} = 0,9938$$

الحل: ل ($0 \leq \text{ص} \leq \frac{30 - 40}{\sigma}$) $0,4938 = 0,5 - 0,9938$

$$\therefore \text{س} \geq 0,9938 < 0,5 \quad \therefore \frac{10}{\sigma} = 2,5 \quad \text{و منها } 2,5 = \sigma \quad 10 = \sigma$$

$$\text{التباين } \sigma^2 = 16$$

$$\text{أي } \sigma = 4$$

=====

مثال: أخذت عينة عشوائية من طلبة إحدى المدارس عددها 5000 طالب . وكان عدد الطلبة الذين تزيد أعمارهم عن 16 سنة هو 3043 طالب (علما بأن الحد الأقصى للسنة في هذه المرحلة هو 19 سنة) وكانت أعمارهم تتبع توزيعا طبيعيا بتباين 1,44 . أوجد متوسط أعمار هؤلاء الطلبة .

الحل: ل (س ≤ 16) $0,6086 = \frac{3043}{5000}$

$$\text{ل (} 0 \leq \text{ص} \leq \frac{\mu - 16}{1,2} \text{)} = 0,1086 = 0,5 - 0,6086$$

$$\therefore \text{س} \leq 0,6086 < 0,5 \quad \therefore -\frac{\mu - 16}{1,2} = 0,1086$$

$$\mu - 16 = -0,336 \Rightarrow \mu = 16 - 0,336 = 15,664$$

تمارين

(١) إذا كان s متغيراً طبيعياً وسطه الحسابي $\mu = 75$ وانحرافه المعياري $\sigma = 7,5$ أوجد قيمة كلا من :

٢	ل ($s \leq 75$)	ب	ل ($s \leq 78$)
ج	ل ($s \geq 65$)	ء	ل ($70 \leq s \leq 80$)
هـ	ل ($s \leq 70$)	و	ل ($s \geq 85$)
ل	ل ($60 \leq s \leq 70$)	م	ل ($80 \leq s \leq 90$)

(٢) إذا كانت درجات الحرارة خلال شهر ديسمبر تتبع توزيعاً طبيعياً بوسط حسابي قدره ٢٠ درجة وانحراف معياري قدره ٣,٣ درجة . فأوجد :

أولاً : احتمال أن تكون درجة الحرارة بين ٢٢١° و ٢٥°.

ثانياً : عدد الأيام التي تكون فيها درجة الحرارة أكبر من ١٨°.

(٣) إذا كانت أطوال مجموعة مكونة من ١٠٠٠ شخص تتبع توزيعاً طبيعياً بوسط حسابي قدره ١٧٢ سم وانحراف معياري ٥ سم . فأوجد :

أولاً : عدد الأشخاص الذين يقع طول كل منهم بين ١٧٠ سم ، ١٧٥ سم .

ثانياً : عدد الأشخاص الذين يقل طول كل منهم عن ١٦٨ سم .

ثالثاً : عدد الأشخاص الذين يزيد طول كل منهم عن ١٨٥ سم .

(٤) إذا كانت أوزان مجموعة مكونة من ١٠٠٠ شخص تتبع توزيعاً طبيعياً وسطه الحسابي ٨٠ كجم وانحرافه المعياري ٥ كجم . فأوجد :

أولاً : عدد الأشخاص الذين يزيد كل منهم عن ٩٢ كجم .

ثانياً : عدد الأشخاص الذين يقل وزن كل منهم عن ٧٥ كجم .

(٥) إذا كانت أجور مجموعة مكونة من ٥٠٠ عامل تتبع توزيعاً طبيعياً وسطه الحسابي ٦٠ جنيهاً وانحرافه المعياري ١٢ جنيهاً . أوجد :

أولاً : عدد العمال الذين أجورهم لا تزيد عن ٥٤ جنيهاً .

ثانياً : عدد العمال الذين لا تقل أجورهم عن ٨١ جنيهاً .

(٦) مصنع للسبائك ينتج سبائك أسطوانية الشكل فإذا كانت أطوال أنصاف أقطار هذه السبائك تتبع توزيعاً طبيعياً وسطه الحسابي ٠,٧٥ سم وانحرافه المعياري ٠,٠٤ سم وتعتبر السبيكة غير صالحة إذا كان طول قطرها أقل من ١,٤٤ سم أو أكبر من ١,٦٢ سم أوجد النسبة المئوية لعدد السبائك غير الصالحة التي ينتجها المصنع .

=====

(٧) مصنع للإطارات ينتج إطارات للسيارات أطوال أقطارها متغير عشوائي S يتبع توزيعاً طبيعياً بوسط حسابي $\mu = ٢٤$ سم وانحراف معياري $\sigma = ١,٥$ سم ، احسب كلاً من :

أولاً : L (س ≥ ٢١) ثانياً : L (س ≤ ٢٥)

ثالثاً : النسبة المئوية للإطارات التي لا يقل طول قطرها عن ٢١ سم ولا يزيد عن ٢٧ سم

=====

(٨) إذا كان S متغيراً طبيعياً وسطه الحسابي μ وانحرافه المعياري $\sigma = ٤$ أوجد μ بحيث يكون :

L (س ≤ ٣٥) = ٠,١٠٥٦

=====

(٩) إذا كان S متغيراً طبيعياً وسطه الحسابي $\mu = ٥٠$ وانحرافه المعياري σ فأوجد σ بحيث يكون :

L (س < ٢٨) = ٠,٩٨٦١

=====

(١٠) إذا كان S متغيراً طبيعياً وسطه الحسابي μ وانحرافه المعياري σ أوجد قيمة كلا من :

٢	L (س $\leq \mu + ٠,٥ \sigma$)	ب	L (س $\leq \mu - ١,٥ \sigma$)
ج	L (س $\geq \mu + ٠,٥٦ \sigma$)	ء	L (س $\geq \mu - ٣,١ \sigma$)
هـ	L (س $\geq \mu - ٢,٤ \sigma$)	و	L (س $\geq \mu + ٢ \sigma$)
ل	L (س $\geq \mu - ١,٢ \sigma$)	م	L (س $\geq \mu - ٠,٤١ \sigma$)

(١١) تقدم ١٠٠٠ شاب إلى إدارة التجنيد فإذا كانت أطوالهم تتبع توزيعاً طبيعياً بمتوسط ١٧٠ سم وانحراف معياري

١٠ سم أوجد : أولاً : عدد الشباب الذين تقل أطوالهم عن ١٩٠ سم .

ثانياً : عدد الشباب غير المقبولين إذا كان الحد الأدنى للطول المطلوب ١٥٥ سم .

=====

(١٢) وجد أن أطول نوع معين من النبات تكون موزعه حسب التوزيع الطبيعي بمتوسط ٥٠ سم وانحراف معياري σ

وكان أطوال ١٠,٥٦ ٪ من هذا النبات أقل من ٤٥ سم . اوجد التباين لأطوال هذا النبات .